

Probleme propuse spre rezolvare

1. Calculati volumul paralelipipedului clinorombic, definit prin următorii vectori:

$$\vec{a} = 3\hat{x} + 2\hat{y}; \quad \vec{b} = 3\hat{x} - 2\hat{y}; \quad \vec{c} = 2\hat{x} + 7\hat{z}$$

2. Deduceți formula dublului produs vectorial între vectorii $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Ce devine rezultatul dacă $\vec{a} = \vec{b}$?

3. Plecând de la definiția produsului scalar a doi vectori ($\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha(\vec{a}, \vec{b})$),
demonstrați că, în coordonate carteziene:

$$\cos \alpha(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{ab}$$

4. Folosind relația dintre coordonatele carteziene și cele sferice, arătați că unghiul θ_{12} dintre vectorii de poziție a două puncte, $P_1(r, \theta_1, \varphi_1)$ și $P_2(r, \theta_2, \varphi_2)$ de pe sferă este dat de relația:

$$\cos \theta_{12} = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$