PROPRIETATI ELASTICE ALE CORPURILOR

Determinarea modulului de elasticitate a cauciucului.
Determinarea constantei elastice a unui resort.
Determinarea modulelor de torsiune şi de forfecare ale unei bare

Scopul lucrării

În această lucrare de laborator vom studia principalele deformații elastice:

◆Deformația de alungire/comprimare,

◆Deformația de forfecare,

◆Deformația de torsiune.

Se vor determina următoarele mărimi fizice:

a). Modulul de elasticitate al cauciucului;

b). Modulul de torsiune Γ al unei bare metalice;

c). Modulul de forfecare G al unei bare metalice;

d). Constanta elastică k a unui resort.

Considerații teoretice

După cum este cunoscut, sub efectul unor forțe externe sau interne, un corp solid îsi poate modifica dimensiunile şi volumul, fenomen care se numeşte ***deformare***. În acest caz particulele constituente ale corpului îşi modifică pozițiile relative, astfel ca forțele care apar în urma deformării (denumite ***forțe elastice***), să compenseze efectul forțelor externe sau interne.

Dacă, după înlăturarea forțelor ce au determinat deformarea, corpul revine la forma inițială, ***deformarea*** se numeşte ***elastică***; in caz contrar ea se numeşte ***plastică***.

Un model simplificat ia în considerare numai cazul deformațiilor reversibile, cînd: a) deformația este direct proporțională şi de acelaşi sens cu forța-cauză;

b) în cazul acțiunii mai multor forțe deformatoare, efectul total este egal cu suma deformațiilor pe care le-ar determina fiecare forță în parte (principiul super-poziției).

1. Deformația de alungire. Legea lui Hooke

Să considerăm o bară de lungime $\boldsymbol{l}$ (mult mai mare decît celelalte dimensiuni) şi de secțiune $\boldsymbol{S}$, prinsă la capătul superior de un suport rigid M (Fig. 1). Sub acțiunea unei forțe exterioare $\boldsymbol{F}$, aplicată la capătul inferior al barei, aceasta suferă alungirea $\Delta l = l' - l$. În noua poziție de echilibru, forța deformatoare este echilibrată de o forță interioară F_e ($\vec{F}_e = -\vec{F}$), care ia naştere în urma deformării; forța $\boldsymbol{F_e}$ se numeşte ***forța***

elastică, iar raportul $\varepsilon = \Delta l/l$ este denumit ***alungirea relativă*** .Se constată experimental că, în cazul deformațiilor elastice, alungirea relativă, ε, este direct proporțională cu efortul unitar σ *(= F/S):*

$$\varepsilon = \alpha\,\sigma \qquad (1)$$

Ecuația (1) este exprimarea matematică a legii lui Hooke. Constanta α din (1) este denumită ***coeficientul de elasticitate al barei*** si ea este o proprietate de material. Inversul său, $E = 1/\alpha$ se numeşte modulul lui Young. ***E*** se măsoară, în Sistemul Internațional de Unități, în N/m^2.

Din ecuația (1) rezultă o proprietate de bază a forței elastice: ea este direct proporțională cu alungirea Δl şi are sensul invers vectorului $\Delta\vec{l}$.

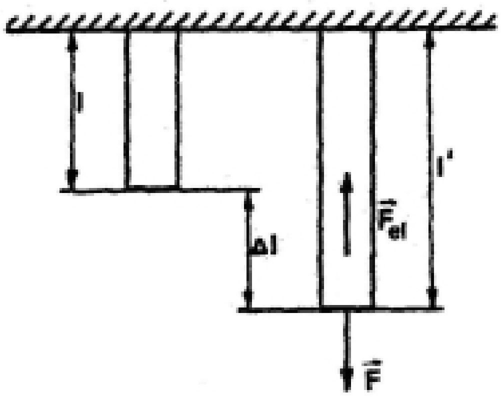

Fig. 1

2. Deformația de forfecare

Cînd asupra unei bare elastice acționează un cuplu de forțe plasate ***în două secțiuni paralele***, aceasta suferă o ***deformare de forfecare.*** Să considerăm, ca exemplu, o porțiune de bară paralelipipedică de lungime Δl şi secțiune ***S*** (Fig. 2). Forma inițială a acesteia este reprezentată prin punctele ***ABCDA'B'C'D',*** iar cea deformată, prin ***A'B'C'D'A"B"C"D"***. Unghiul γ, format de planele (***ABA'B'***) şi (***A"B"A'B'***) poartă numele de ***unghi de forfecare.*** Se constată experimental că mărimea acestui unghi este proporțională cu raportul ***F/S,*** adică:

$$\gamma = k_{\gamma} F / S \qquad \textbf{(2)}$$

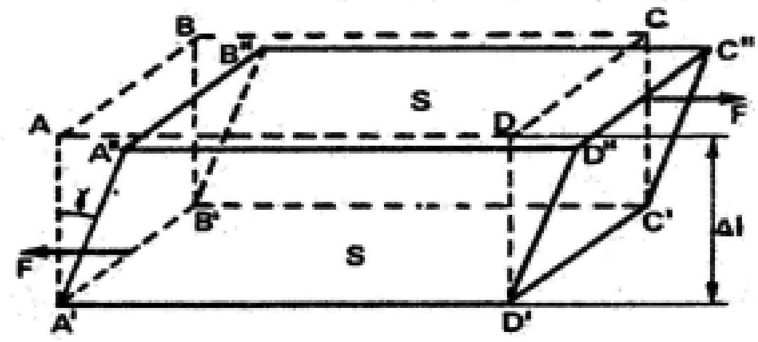

Fig. 2

Constanta de proporționalitate k_{γ} se numeşte ***coeficient de forfecare***; ea depinde de natura materialului barei. Inversul acestei constante se numeşte ***modulul de forfecare***, ***G***. Unitatea sa de măsură în SI este N/m^2.

3. Deformația de torsiune

Deformația de torsiune apare atunci când un cuplu de forțe acționează ***în același plan*** asupra unui corp. În Fig. 3a este reprezentatão bară cilindrică, de lungime ***l***, secțiune ***S*** şi rază ***R,*** care a fost supusă unei deformații de torsiune de cuplul celor douăf orțe ***F,*** tangente la circumferința secțiunii.

Înainte de aplicarea cuplului de forțe deformatoare generatoarele ***AA′, BB′*** şi ***CC′*** erau linii drepte, paralele între ele şi cu axul cilindrului. După torsionare ele devin respectiv ***AA″, BB″*** şi ***CC″.***

Principiul acțiunii şi reacțiunii arată că, în urma aplicării, în planul secțiunii ***A′B′C′*** a cuplului de forțe exterioare, în planul secțiunii ABC apare un cuplu de forțe

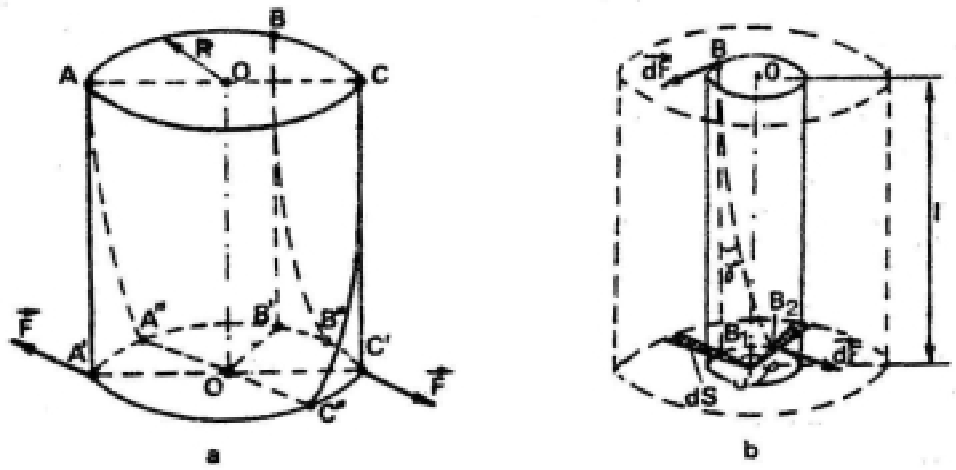

Fig. 3

egale şi opuse celui exterior. Aceste două cupluri antagoniste determină o deformație de forfecare a diferitelor pături cilindrice coaxiale, cu unghiul γ(Fig. 3b).

Să considerăm în planul bazei cilindrului un element de suprafață ***dS,*** aflat la distanța ***r*** de centrul secțiunii circulare şi inițial plasat pe raza OB_1 (Fig. 4). Sub efectul unei forțe elementare δF acest element de suprafață se deplasează în B_2, rotindu−se cu unghiul γ fațăde suprafața echivalentă din capătul ***M*** al barei.

Folosind ecuația de definiție a modulului de forfecare (3), găsim:

$$dF = G\,\gamma\, dS \qquad (4)$$

Cunoscând expresia elementului de arie ***dS***, în coordonate polare:

$$dS = r\, d\theta\, dr \qquad (5)$$

şi ținînd cont de faptul că deformațiile sînt mici ($tg\,\gamma \approx \gamma = B_1B_2 / l = r\,\varphi / l$), obținem:

$$dF = G\, r^2\, \varphi\, dr\, d\theta / l$$

Momentul acestei forțe elementare ***dF*** fațăde punctul ***O*** (Fig. 3b) este:

$$dM_{r,\theta} = r\, dF = G\, r^3\, \varphi\, dr\, d\theta / l \qquad (6)$$

iar momentul total, care acționeazăasupra întregii coroane circulare de rază r:

$$dM_r = \int_0^{2\pi} G\, r^3\, dr/l\, d\theta = 2\,\pi\, G\, r^3\, \varphi\, dr/l$$

Momentul total, ***M,*** ce acționeazăasupra barei şi determină torsionarea ei se obține prin integrarea relației precedente (însumînd astfel toate momentele ce acționează asupra tuturor păturilor cilindrice elementare):

$$M = \int_0^R 2\,\pi\, G\, r^3\, \varphi\, dr/l = \pi\, G\, \varphi\, R^4 /2l \qquad (7)$$

O relație similară legii lui Hooke se poate, deci, scrie folosind ecuația (7):

$$\varphi = c\, M \qquad (8)$$

în care constanta de proporționalitate ***c*** este funcție de material. Inversul său se numeşte ***modulul de torsiune Γ:***

$$\Gamma = 1/c = M / \Delta\varphi \qquad (9.1)$$

$$\Gamma = G\, \pi\, R^4 / 2l \qquad (9.2)$$

4. Alungirea unui resort

Deformațiile elastice prezentate anterior constituie situații idealizate, în sensul că în practică ele nu apar independent, ci simultan. Se poate construi o teorie riguroasă, care să stabilească o legătură între coeficienții de elasticitate amintiți.

Un exemplu simplu de corp elastic, care prezintă simultan, în cazul alungirii, şi deformații de forfecare, torsiune şi încovoiere îl constituie spirala elastică. Deoarece în practică, pentru caracterizarea proprietăților elastice ale unui resort este este dificil să se introducă toți aceşti coeficienți, se foloseşte o altă mărime, notată cu ***k*** şi denumită ***constanta elastică*** a resortului definită prin relația:

$$k = F / \Delta x \qquad (10)$$

în care ***F*** este intensitatea forței care produce deformarea resortului. Forța elastică, care apare în urma deformării resortului, este egală şi opusă lui ***F:***

$$F_e = - k\, \Delta x$$

Descrierea instalaților de lucru

Instalațiile experimentale descrise în cele ce urmează servesc pentru determinarea următoarelor mărimi fizice:

- Modulul de elasticitate al cauciucului;
- Modulul de torsiune Γ şi
- Modulul de forfecare G ale unei bare metalice.
- Constanta elastică k a unui resort

În toate experimentele se foloseşte o metodă statică.

a) Pentru determinarea ***modulului lui Young, E,*** al un cordon de cauciuc se foloseşte dispozitivul experimental prezentat în Fig. 4. De un suport din material plastic ***A*** sunt prinse două bare verticale ***B***, pe care poate culisa bara transversală ***C***. De mijlocul acesteia se poate prinde materialul studiat, ***R***, al cărui capăt inferior susține rigla ***S*** a unui şubler, al cărui vernier ***V*** este fixat în suportul ***A.*** Acelaşi dispozitiv de măsurare a alungirilor va servi, în continuare, şi pentru determinarea constantei elastice a unui resort acesta fiind şi motivul pentru care în Fig. 4 este prezentat un resort ***R*** ca material de studiat. De capătul inferior al riglei se agață în decursul experimentului corpuri de masă marcată ***m.***

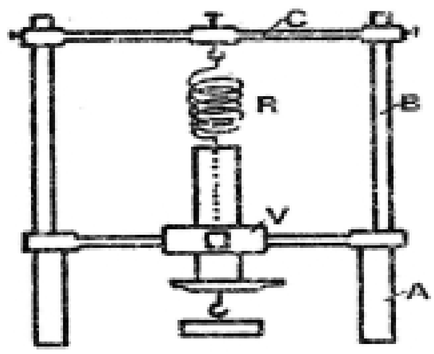

Fig. 4

b) Pentru determinarea ***modulului de torsiune şi de forfecare*** ale unei bare metalice se foloseşte dispozitivul experimental din fig. 5. El este constituit din doi suporți metalici, A_1 şi A_2, consolidați prin două bare metalice ***B***. Bara de studiat, ***T,*** este fixată la un capăt de suportul A_1, iar la celălalt, în mandrina ***M***, solidară cu roata ***R***, din material plastic.

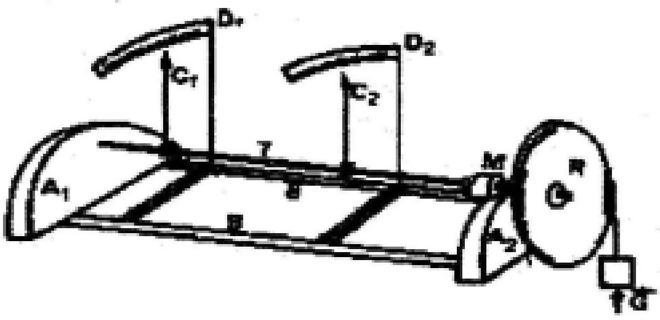

Fig. 5

Mişcarea de rotație a roții ***R*** se execută datorită momentului forței de greutate a corpului de masă ***m***, suspendat de roată cu un fir vertical. Citirea unghiului de torsiune a barei de studiat se face folosind două ace indicatoare C_1 şi C_2, prinse în două puncte diferite ale barei ***T*** şi a două raportoare, D_1 şi D_2, fixate de suportul principal.

Procedeul experimental

Pentru a determina modulul lui Young al cauciucului se procedează astfel:

➊ în dispozitivul din Fig. 4 se fixează un cordon elastic de pe masa de lucru;

➋ se măsoară lungimea sa în stare nedeformată, cu ajutorul unei rigle, iar cu şublerul - diametrul cordonului;

➌ se citeşte indicația x_{01} a şublerului;

➍ se încarcă capătul liber al riglei şublerului cu un corp de masă cunoscută ***m;*** are loc alungirea cordonului elastic;

➎ se citeşte alungirea $\Delta x_1 = x_1 - x_{01}$;

➏ se înlăturămasa ***m*** şi se notează din nou poziția de echilibru x_{01};

❼ rezultatele se trec în Tabelul 1;

Tabelul 1

Determinarea modulului lui Young

Nr. crt	**m** (g)	**l** (cm)	**D** (mm)	$\mathbf{x_{01}}$ (mm)	$\mathbf{x_{02}}$ (mm)	$\mathbf{\Delta x}$ (mm)	**E** (N/m^2)
1							
2							
3							
...							

❽se repetă experimentul de 10 ori, folosind acelaşi corp de masă m;

❾ se repetă experimentul, folosind şi alte corpuri de mase m_2, m_3, etc.

❿ se calculează modulul de elasticitate după ecuația:

$$E = F\,l\,/\,S\Delta x$$

- se efectuează calculul erorilor pentru minimum 10 determinări.

Pentru a determina constantei elastice a unui resort se procedează astfel:

➊ se foloseşte acelaşi dispozitiv experimental şi acelaşi procedeu ca mai sus, înlocuindu-se cordonul de cauciuc cu un resort elastic;

➋ se efectuează mai multe măsurători;

➌ se trec datele experimentale în Tabelul 2 şi se calculează $\overline{k}$ şi $\Delta\overline{k}$.

Tabelul 2

Determinarea constantei elastice a unui resort

Nr. crt	**m** (g)	$\mathbf{x_{01}}$ (mm)	$\mathbf{x_{02}}$ (mm)	$\mathbf{\Delta x}$ (mm)	**k** (N/m)
1					
2					
3					
...					

➍ se efectueazăcalculul erorilor.

Pentru determinarea modulului de torsiune al unei bare metalice se procedează astfel:

➊ se fixează în suportul $\boldsymbol{A_1}$ şi în mandrina $\boldsymbol{M}$, bara al cărei modul de torsiune urmează a fi determinat;

➋ se măsoară diametrul $\boldsymbol{D}$ al roții $\boldsymbol{R}$;

➌ se reglează la zero cursoarele $\mathbf{C_1}$ şi $\boldsymbol{C_2}$;

❹ se încarcă firul cu masa $\boldsymbol{m}_1$ şi se citesc valorile unghiurilor $\boldsymbol{\varphi_1}$ şi $\boldsymbol{\varphi_2}$ pe cele două raportoare;

❺ se înlătură masa $\boldsymbol{m}_1$ şi se verifică din nou poziția de zero a celor două ace indicatoare;

❻ se trec datele într-un tabel de forma celui de mai jos;

Tabelul 3

Determinarea modulului de torsiune a unei bare

Nr. det.	$\boldsymbol{m}$ (kg)	$\boldsymbol{D}$ (cm)	φ_1 (rad)	φ_2 (rad)	$\Delta\varphi$ (rad)	$\boldsymbol{\Gamma}$ (N m)
1						
2						
3						
...						

❼ se calculează modulul de torsiune după relația (9.1), în care $\boldsymbol{M = mgD/2}$;

❽ se repetă măsurătoarea de mai multe ori cu aceeaşi masă şi cu mase diferite;

❾ se efectuează calculul erorilor.

➪*Pe*ntru a determina modulul *de forfecare (folosind* fenomenul *de torsiune) al unei bare metalice se procedează astfel:*

❶ folosind datele din secțiunea precedentă, se măsoară distanța $\boldsymbol{l}$ dintre cele doua ace indicatoare şi diametrul $\boldsymbol{2R}$ al barei;

❷ se calculează $\boldsymbol{G}$, folosind relația (9.2);

Se va planifica experimentul pentru a determina pe $\boldsymbol{G}$ cu o eroare relativă de cel mult 5 %.