STUDIUL MISCARII PENDULULUI MACH

Scopul lucrării

În această lucrare se studiază mișcarea unui pendul matematic, care este obligat să oscileze într-un plan ce se poate înclina cu un unghi variabil față de verticală. Se poate, în acest mod, modifica accelerația gravitațională de la valoarea *g* până la o valoare apropiată de zero. În final, se determină accelerația gravitațională a căderii libere în câmpul gravitațional terestru, g.

Dispozitivul experimental.

Dispozitivul experimental (Fig. 1) este format dintr-o tijă metalică subțire și ușoară, *T*, articulată la capătul său superior. La capătul său inferior ea susține un corp cilindric greu, *C*. Axul și lagărul articulației tijei *T* sunt fixate solidar pe o tijă, T', care se poate roti în plan verical în jurul centrului discului - cadran *D*. Poziția tijei poate fi fixată, în raport cu discul fix *D*, cu ajutorul a două șuruburi S_1 și S_2, iar unghiul făcut de axul de rotație al ansamblului *T* - *C* (pendulul propriu-zis) se poate măsura pe cadranul *D*. Punerea în mișcare oscilatorie a pendulului se poate face scoțându-l din poziția de echilibru cu un unghi oarecare, în planul său de oscilație. Întreg ansamblul este fixat pe un suport trepied - tijă (T_1- T_2).

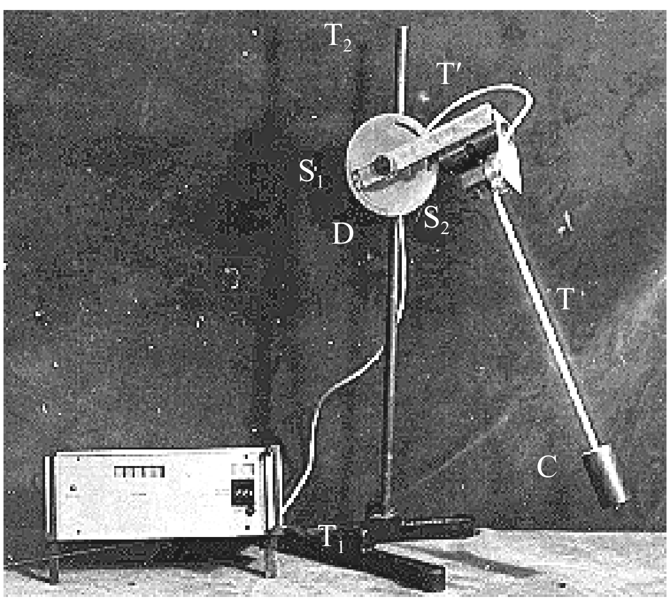

Fig. 1

În Fig. 2 sunt prezentate forțele care determină mișcarea pendulului înclinat înclinat (denumit uneori și *pendulul Mach* - citiți mah !), neglijînd forțele de frecare.

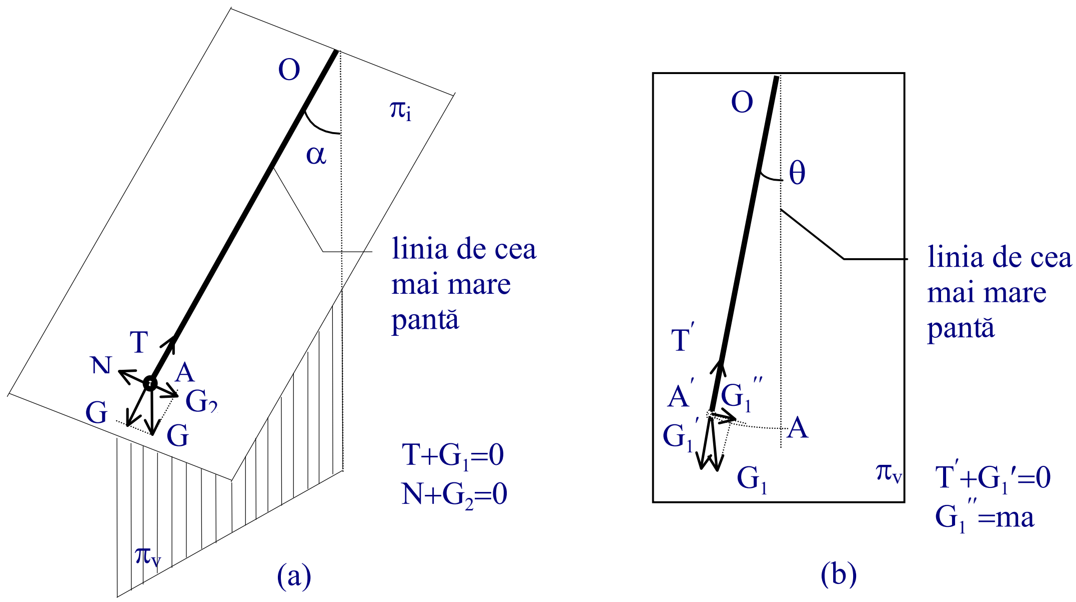

Fig. 2

Greutatea corpului *C* are cele două componente reciproc perpendiculare: una, G_1, de-a lungul tijei *T* și cealaltă, G_2, normală pe aceasta. În poziția de echilibru a pendulului, (*Fig. 2a*) G_1 este anulată în efect de forța de reacțiune din partea tijei (tensiunea din aceasta, *T*), iar G_2 - de reacțiunea din partea lagărului (*N*). Atenție, toate forțele din Fig. 2a se găsesc în planul vertical!

Dacă tija este scoasă din poziția de echilibru (care coincide cu așa - *numita linie de cea mai mare pantă*), atunci componenta G_1 se va descompune (*Fig. 2b*), la rîndul ei, în alte două componente: una de-a lungul tijei, G'_1 și alta normală pe aceasta, aflată în permanență în planul de oscilație, G''_1. Deoarece componenta G'_1 va fi compensată în efect de tensiunea din tijă, singura forță ce va determina mișcarea pendulului Mach este componenta G''_1. Atenție, aici toate forțele sunt în planul de oscilație (π_v)!

Întrucât $G_1 = mg\,cos\alpha,$ dacă notăm cu θ unghiul de deviație al pendulului de la poziția de echilibru (în planul de oscilație), avem:

$$G_1 \;\; = G_1 \sin\theta = mg\cos\alpha \; sin\theta$$

Dacă deviația, θ, a pendulului în decursul oscilației nu depășește 5^0, vom putea aproxima sin θ ≈ θ; cum această forță tinde să micșoreze unghiul θ, putem scrie ecuația diferențială a mișcării pendulului aplicînd principiul II al dinamicii:

$$m\ddot{y} = -mg\,cos\,\alpha \cdot \theta \qquad (1)$$

unde *y* este elongația pendulului.

Dacă notăm cu *l* lungimea pendulului și ținem cont că, în condițiile unor valori mici ale unghiului θ (cînd coarda se confundă, practic, cu arcul), $y = l\theta$, ecuația precedentă se poate scrie:

$$m\ddot{y} + \frac{mg\cos\alpha}{l}y = 0 \qquad (2)$$

Relația (2) reprezintă, după cum se știe, ecuația diferențială a oscilatorului armonic, care admite soluția:

$$y = y_{\max}\cos\left(\sqrt{\frac{g\cdot\cos\alpha}{l}}\cdot t\right) \qquad (3)$$

Forța G_1'' este o *forță de tip elastic*, deoarece ea determină efecte similare cu o forță elastică, fără, însă, a rezulta dintr-o deformare elastică a unui corp.

Putem, deci, scrie, având în vedere relația (2):

$$\omega = \sqrt{\frac{g\cdot\cos\alpha}{l}}. \qquad (4)$$

Se observă imediat, din relația precedentă, că pendulul efectuează oscilații într-un câmp gravitațional a cărui intensitate echivalentă este $g' = g\cos\alpha$; pe de altă parte, întrucât *g* și *l* sunt constante, ar trebui ca raportul:

$$\frac{\omega^2}{\cos\alpha} = \frac{g}{l} \qquad (5)$$

să fie constant.

Modul de lucru

❶ Se măsoară lungimea pendulului (cuprinsă între axa de rotație și centrul de masă al corpului *C*.

❷Pentru valori ale unghiului α cuprinse între *0* și *60* de grade (din *10* în *10* grade) se măsoară valoarea perioadei de oscilație a pendulului.

❷Se calculează pulsațiile corespunzătoare acestor valori ale perioadei.

❸ Se calculează valorile raportului $\omega^2/\cos\alpha$.

❹ Se completează tabelul 1.

Tabelul 1

Determinarea aceelerației gravitaționale folosind pendullul Mach

Nr. det.	l (cm)	α (grad)	cos α	ω (s^{-1})	ω^2 (s^{-2})	$\omega^2/\cos\alpha$ (s^{-2})	g (m/s^2)
1							
2							
...							

❺Se reprezintă grafic dependența $\omega^2 = f(\cos\alpha)$; din panta graficului se deduce valoarea accelerației gravitaționale, *g*.

❻Pentru fiecare valoare a lui *l*, se va determina valoarea lui *g* folosind metoda celor mai mici pătrate.