DETERMINAREA ACCELERATIEI GRAVITATIONALE CU AJUTORUL UNUI PENDUL FIZIC

Scopul lucrării.

În lucrare se studiază mişcarea oscilatorie a unui corp, montat astfel încât să constituie un pendul fizic; se determină accelerația gravitațională şi momentul de inerție al corpului.

Considerații teoretice.

Se numeşte ***pendul fizic*** un corp montat în aşa fel încât să poată oscila într-un plan vertical, în jurul unei ax care nu trece prin centrul său de masă. În Fig. 1 este arătat un astfel de pendul. Corpul ***C*** având o formă oarecare este suspendat în punctul ***O*** şi poate oscila cu frecări neglijabile în jurul unei axe care trece prin acel punct. Fie O_{CG} punctul care marchează centrul de greutate al corpului. În poziția de echilibru, centrul de greutate se găseşte pe verticala ce trece prin punctului de susținere(în Fig. 1 - dreapta ***OO'***). Dacă punctul O_{CG} se află pe verticală sub punctul ***O***, atunci echilibrul este stabil. Acționând cu o forță exterioară putem scoate corpul din poziția de echilibru prin rotirea lui cu unghi θ în plan vertical în jurul axului ce trece prin ***O***.

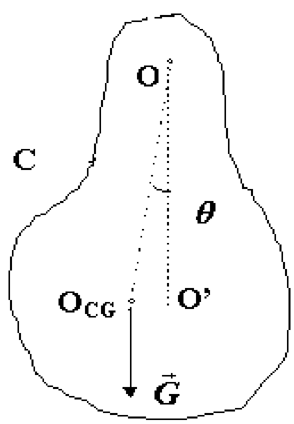

Fig. 1

La înlăturarea acestei forțe corpul rămâne sub acțiunea greutății (***G***) şi a reacțiunii ***N*** a axului de rotație. Componenta G_t a forței de greutate produce un moment de rotire a corpului, care caută să-l aducă în poziția de echilibru. Acest moment de revenire este:

$$M = -mgh\sin\theta \tag{1}$$

în care ***m*** este masa corpului, iar ***h*** este distanța de la centrul său de greutate la axa de rotație. În cazul deplasărilor mici $\sin\theta \cong \theta$ şi pendulul se află în aşa numitul regim de amplitudini mici, când:

$$M \cong -mgh\,\theta \tag{2}$$

şi pendulul oscilează armonic, de o parte şi de alta a poziției de echilibru.

Perioada de oscilație a pendulului se află din ecuația diferențială de mişcare:

$$I\frac{d^2\theta}{d\theta^2} = M \tag{3}$$

în care ***I*** reprezintă momentul de inerție al corpului față de axul ce trece prin **O**.

Din relațile (2) și (3) rezultă:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgh}{I}\theta \tag{4}$$

Coeficientul derivatei de ordinul zero a lui $\boldsymbol{\theta}$ se notează cu $\boldsymbol{\omega_0^2}$ şi reprezintă pătratul pulsației proprii a pendulului fizic; se vede că ecuația (4) reprezintă, de fapt, ecuația diferențială a oscilatorului armonic:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\,\theta = 0 \tag{5}$$

Soluția generală a ecuației diferențiale (5) poate fi scrisă sub forma reală astfel:

$$\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \tag{6}$$

în care constantele $\boldsymbol{\theta_m}$ şi $\boldsymbol{\varphi}$ reprezintă amplitudinea şi, respectiv, faza inițială a mişcării, ele putând fi determinate din condițiile inițiale ale mişcării.

Având în vedere notația făcută pentru pulsație, putem determina perioada de oscilație a pendulului fizic ştiind că $\omega = 2\pi/T$ vom obține:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \tag{7}$$

Dispozitivul experimental

Pendulul fizic constă, în experimentul de față. dintr-o bară ***(B)*** din oțel inoxidabil cu dimensiunile de aproximativ 1m lungime şi secțiune 0,5 cm^2.

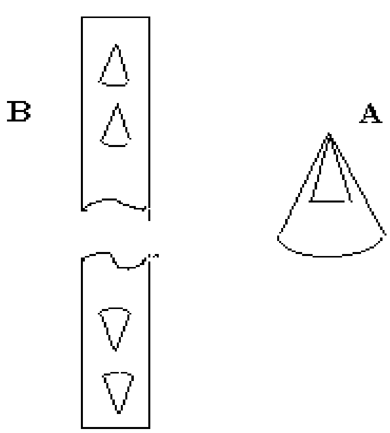

Fig. 2

În bară sunt practicate câteva orificii, dispuse simetric de o parte şi de alta a centrului de greutate (Fig. 2). Orificiile sunt executate în aşa fel, încât permit suspendarea barei pe un cuțit din agat ***(A)*** sau din oțel de înaltă duritate. Cristalul este montat orizontal printr-un dispozitiv, fixat în perete. Aşezând bara pe muchia cuțitului, folosind unul din orificii, se obține un pendul fizic de o anumită lungime, ***h*** şi un anumit moment de inerție ***I***. Schimbând orificiul, se modifică atât ***h*** cât şi ***I,*** astfel că pendulul va avea o altă perioadă de oscilație.

Fie $\boldsymbol{I_0}$ momentul de inerție al barei față de axa ce trece prin centrul său de greutate, $\boldsymbol{O_{CG}}$, şi care este paralelă cu axul de rotație ce trece prin ***O***.

Conform teoremei lui Steiner:

$$I = m\,h^2 + I_0 \tag{8}$$

Folosind relația (8), relația (7) devine:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g} + \frac{I_0}{mgh}} \tag{9}$$

Ecuația (9) dă perioada de oscilație a pendulului pentru orice distanță ***h*,** la care se află axul de oscilație ***O*** față de centrul de masă al barei.

Măsurând perioadele de oscilație, ***T*,** şi distanțele corespunzătoare ***h***, din ecuația (9) se poate calcula accelerația gravitațională, ***g*,** prin transformarea:

$$hT^2 = \frac{4\pi^2}{g}h^2 + \frac{4\pi^2 I_0}{mg} \tag{10}$$

care exprimă dependența liniară a mărimii hT^2 în funcție de h^2**.**

Panta dreptei permite calcularea accelerației gravitaționale, iar ordonata la origine ne permite determinarea valorii momentului de ineție I_O.

Modul de lucru.

➯ *Pentru determinarea valorii accelerației gravitaționale se procedează astfel:*

❶ se cântăreşte bara (***m***);

❷ se măsoară, cu ajutorul şublerului, distanțele (2***h***) dintre vârfurile simetric dispuse față de centrul barei, iar valorile lui ***h*** se trec în Tabelul 1.

❸ se sprjină bara cu mare grijă pe cuțitul de susținere, începând cu primul orificiu dintr-un capăt al ei şi continuând cu restul de 11 orificii;

❹ se îndepărtează uşor de la poziția de echilibru ($\theta < 5^o$) şi se măsoară timpul în care se produc 100 oscilații (t_1); de aici se calculează perioada de oscilație a pendulului;

❺ se schimbă poziția punctului de suspensie în al doilea orificiu şi se măsoară în aceleaşi condiții, perioada T_2**;**

❻ se repetă procedeul pentru toate orificiile, după care se întoarce bara cu 180° şi se repetă măsurătorile;

❼ rezultatele se trec într-un tabel de date de forma:

Tabelul 1

Determinarea accelerației gravitaționale folosind pendulul fizic

Nr. det.	**h** (cm)	**T** (s)	$\mathbf{h}^2$ (cm^2)	$\mathbf{hT}^2$ ($cm\ s^2$)
1				
2				
...				

❽ folosind ecuația (12) se reprezintă grafic dependența liniară hT^2 funcție de h^2 şi se determină panta, *tg* α, a graficului. Având în vedere că:

$$tg\ \alpha = \frac{4\pi^2}{g}$$

se găseşte uşor valoarea lui ***g***; ordonata la origine a dreptei va permite găsirea momentului de inerție al barei.

❾ În acelaşi scop se va aplica apoi metoda celor mai mici pătrate, aşa cum a fost prezentată în introducere. Aici dependența de verificat este de forma:

$$y = mx + n$$

Va fi necesar să se impună o valoare minimă pentru suma:

$$S = \Sigma\left(y_i - m x_i - n\right)^2$$

în raport cu variabilele ***m*** şi ***n***. Impunând ca derivatele lui ***S*** în raport cu ***m*** şi ***n*** să fie nule se găsesc cele două ecuații care permit calculul pantei şi ordonatei la origine.