

Studiul curgerii lichidelor. Numărul lui Reynolds

I. Scopul lucrării

Scopul lucrării de față este de a studia regimurile de curgere a fluidelor, de a determina viteza de curgere laminară a unui fluid și, pe această bază, de a calcula numărul lui Reynolds.

II. Considerații teoretice. Principiul fizic al metodei

Pentru a studia dinamica unui fluid cu ajutorul noțiunilor asimilate la dinamica punctului material se definește noțiunea de ***particulă de fluid***. Aceasta constituie un element de volum din interiorul fluidului, mult mai mare decât dimensiunea unei molecule; în aceste condiții interacțiunile dintre moleculele dintr-o particulă de fluid nu sunt „simțite” în exteriorul acesteia. Particulele de fluid păstrează toate caracteristicile întregului fluid și interacționează între ele ca entități independente.

În analiza problemelor de dinamica fluidelor este frecvent avantajos să se ilustreze geometric câmpurile de curgere. O astfel de reprezentare este realizată prin utilizarea noțiunilor de ***linie de curgere*** sau de ***linie de curent***. Prin ***linie de curgere*** se înțelege traiectoria unei particule de fluid. ***Linia de curent*** este curba imaginară desenată în interiorul unui fluid în mișcare astfel încât în fiecare punct ea are tangent câte un vector viteză al particulelor de fluid. Forma liniilor de curent poate varia de la un moment de timp la altul în cazul în care curgerea este nestaționară. În cazul în care câmpul vitezelor nu depinde de timp (adică viteza într-un punct nu se modifică în timp, deși în puncte diferite vitezele pot fi diferite) sau, altfel spus, curgerea este ***staționară***, forma liniilor de curent nu se modifică în timp (liniile de curent rămân „înghețate”). Aceasta implică faptul că, în cazul curgerii staționare, dacă la un anumit moment o particulă de fluid se află pe o linie de curent dată, ea va rămâne pe acea linie de curent. Prin urmare doar în cazul unei curgeri staționare linia de curgere și linia de curent coincid! Suprafața formată de liniile de curent care trec prin punctele

unei curbe închise poartă numele de *tub de curent*, iar volumul de fluid care trece printr-un tub de curent se numește *filament de curent*.

Cu ajutorul noțiunilor de mai sus se pot descrie regimurile de curgere ale fluidelor. Astfel, curgerea unui fluid se numește *laminară* dacă liniile de curent sunt paralele între ele. Așa cum spune și numele, curgerea laminară este una în care fluidul curge în straturi paralele între ele, astfel încât particulele de fluid aflate într-un strat nu trec în alte straturi. În cazul unei curgeri laminare un filament de curent apare ca o singură linie, iar dacă filamentul este colorat cu ajutorul unui fluid trasor cu altă culoare decât restul fluidului, nu se va observa nici un fel de dispersare a fluidului trasor în fluidul de bază (cu excepția unei ușoare dispersii datorate mișcării moleculare). Pe de altă parte, dacă filamentul de fluid trasor se va dispersa rapid în fluidul de bază, spărgându-se în turbioane cu dimensiuni aleatoare curgerea se numește *turbulentă*. Comportarea fluidului în curgere turbulentă se datorează superpoziției unor mici fluctuații de viteză peste viteza medie de curgere, dând naștere vârtejurilor. Amestecarea particulelor de fluid provenite din straturi de fluid diferite dau naștere la dispersarea rapidă a particulelor de fluid trasor, conducând la formarea turbioanelor.

Răspunsul la întrebarea “Când o curgere este laminară sau turbulentă?” depinde de proprietățile particulare ale curgerii respective. În cazul curgerii printr-un tub cu secțiunea circulară cu raza R natura curgerii (laminară sau turbulentă) este determinată de valoarea unei mărimi adimensionale numită numărul lui Reynolds, în onoarea fizicianului american Osborne Reynolds (1883) care a studiat experimental tranziția de la curgerea laminară la cea turbulentă:

$$Re = \frac{2Rv_m}{\nu} \quad (1)$$

unde $\nu = \eta/\rho$ este coeficientul de vâscozitate cinematică a fluidului, η fiind coeficientul de vâscozitate dinamică, iar ρ densitatea. v_m reprezintă viteza medie de curgere a fluidului prin tub (viteza cu care ar curge fluidul prin tub dacă ea ar fi aceeași în toate punctele secțiunii transversale a tubului).

S-a constatat experimental că, în general, în cazul lichidelor dacă $Re < 2000$ curgerea este laminară, iar dacă $Re > 3000$ ea este turbulentă. În domeniul $2000 < Re < 3000$ curgerea este instabilă, putând trece de la un regim la altul.

În experimentul de față curgerea apei dintr-un vas în altul se realizează pe principiul sifonului. Sifonul este un tub curbat ale cărui capete se află la nivele diferite, folosit pentru transvazarea unui lichid dintr-un recipient în altul (Fig. 1). Pentru a vedea în ce condiții

lichidul poate curge din vasul superior 1 în cel inferior 2, denivelarea dintre cele două capete ale sifonului fiind h , iar presiunea la nivelul acestora p_1 , respectiv p_2 , să considerăm un punct

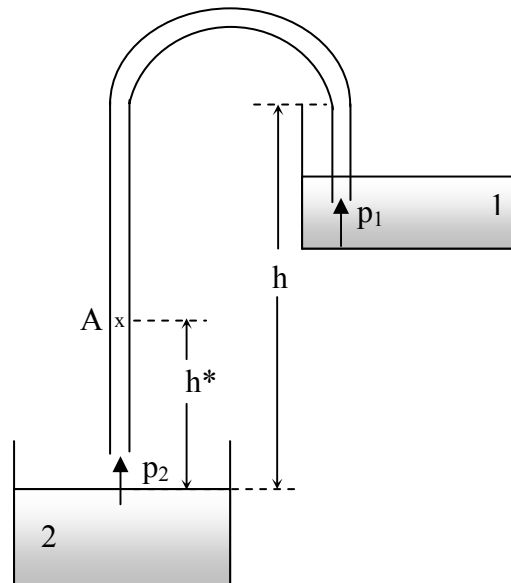


Fig. 1

A din interiorul sifonului, aflat la o înălțime oarecare h^* față de nivelul liber al lichidului din vasul 2. În aceste condiții presiunea în punctul A calculată pe drumul descendent al sifonului este:

$$p_{A\downarrow} = p_1 + \rho g(h-h^*) \quad (2)$$

Presiunea în A calculată pe drumul ascendent are expresia:

$$p_{A\uparrow} = p_2 - \rho g h^* \quad (3)$$

Comparând cele două expresii, lichidul va curge din vasul 1 în vasul 2 doar dacă

$$\Delta p_A = p_{A\downarrow} - p_{A\uparrow} > 0 \quad (4)$$

ceea ce înseamnă că

$$\Delta p_A = p_1 - p_2 + \rho g h > 0 \quad (5)$$

Obs: Apa va curge prin sifon doar dacă acesta este plin cu apă!

Deoarece apa este un lichid vâscos, coeficientul de vâscozitate dinamică fiind $\eta = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/m}\cdot\text{s}$, curgerea laminară staționară a acesteia este guvernată de legea lui Poiseuille care dă legătura dintre debitul volumic de lichid care curge printr-un tub cilindric și diferența de presiune între capetele acestuia (v. Anexa):

$$Q_V = \frac{\Delta p}{R_h} \quad (6)$$

unde R_h reprezintă rezistența hidrodinamică:

$$R_h = \frac{8\eta l}{\pi R^4} \quad (7)$$

l fiind lungimea tubului, iar R raza interioară a acestuia.

Viteza particulelor de fluid de pe axa de simetrie a tubului are expresia (v. Anexa):

$$v_0 = \frac{2\Delta p}{R_h \pi R^2} \quad (8)$$

astfel încât expresia debitului volumic devine:

$$Q_v = \pi R^2 \frac{v_0}{2} \quad (9)$$

Prin măsurarea experimentală a debitului volumic de apă evacuată din instalație se determină viteza v_0 și cu ajutorul ei se determină valoarea numărului lui Reynolds cu ajutorul relației (1) în care, așa cum se vede din (9) $v_m = v_0/2$, iar coeficientul de vâscozitate cinematică a apei este $1,06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

III. Descrierea dispozitivului experimental

Dispozitivul experimental utilizat pentru studiul regimului de curgere al lichidelor constă dintr-un sifon compus dintr-un tub de sticlă continuat cu un tub de plastic. Tubul de sticlă are raza interioară $R = 1 \text{ cm}$ și are un capăt într-un vas larg, notat cu 1 în Fig. 1, în care se găsește lichidul de studiat, în cazul nostru apa. De capătul sifonului aflat în vasul 1 este fixată axial o pâlnie astfel încât trecerea lichidului din vas în sifon să se facă fără a se forma vârtejuri. Capătul liber al tubului de plastic, prevăzut cu un robinet T_1 pentru reglarea debitului, se află în vasul de acumulare a lichidului evacuat, notat cu 2 în Fig. 1.

Pentru a vizualiza forma filamentelor de curent se utilizează ca fluid trasor o soluție apoasă de permanganat de potasiu care are culoarea violet și care este antrenată de apa care curge prin tubul de sticlă, de-a lungul axei de simetrie a acestuia. Atât timp cât curgerea este laminară filamentul de fluid trasor va fi coliniar cu axa de simetrie a tubului. Începând cu momentul în care curgerea devine turbulentă, filamentul va începe să se onduleze, sfârșind prin a se „sparge” în turbioane din ce în ce mai mici, efectul vizual fiind colorarea aproape uniformă a apei din tub. Așa cum este arătat în Fig. 2 în care este schițat un detaliu al părții inferioare a sifonului, soluția de permanganat este introdusă dintr-un rezervor (notat cu 3 în

Fig. 2) prin intermediul unui tub flexibil din plastic, prevăzut cu un robinet de reglare a debitului, notat cu T_2 în Fig. 2. Capătul liber al tubului din plastic este fixat de un ac montat pe axa sifonului cu ajutorul unui inel cu spițe radiale prins solidar de pâlnie.

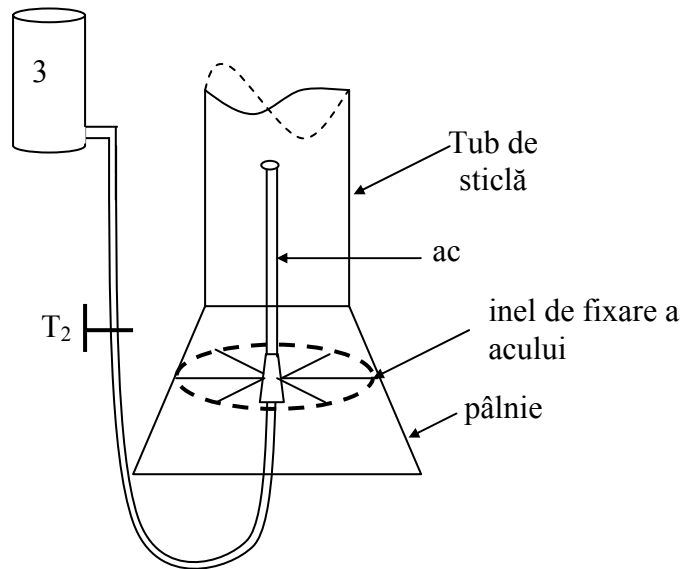


Fig. 2

IV. Modul de lucru

- 1 Se toarnă apă în vasul 1.
- 2 Se verifică dacă sifonul este plin cu apă. Dacă este necesar, se trage apă din vasul 1 până la umplerea sifonului.
- 3 Se deschide robinetul T_1 aflat pe capătul inferior al furtunului care asigură evacuarea apei.
- 4 Se deschide robinetul T_2 , astfel încât să se poată vizualiza regimul de curgere a apei, urmărind filamentul de fluid trasor .
- 5 Se introduce furtunul de evacuare a apei în cilindru gradat și simultan se pornește cronometrul.
- 6 Se cronometrează timpii de curgere ai fiecărui volum $V = 100 \text{ cm}^3$ până la umplerea cilindru gradat. Se cronometrează volume mici de apă tocmai pentru ca nivelul apei în vasul 1 să rămână practic constant, prin urmare viteza v_0 și deci debitul volumic Q_V să fie constante pe durata cronometrării timpului.
- 7 Se crește debitul de curgere din 100 în 100 cm^3 de apă evacuată prin deschiderea progresivă a robinetului T_1 .
- 8 Se oprește cronometrarea în momentul în care curgerea devine turbulentă.

9 Se completează tabelul de date experimentale de mai jos.

10 Se calculează numărul lui Reynolds pentru fiecare caz în parte utilizând Ec. (1).

Nr. det.	V (m ³)	t (s)	Q _v (m ³ /s)	v ₀ (m/s)	Re
1					
2					
.					
.					
.					

Anexă

Legea lui Poiseuille (1841)

Să determinăm expresia debitului volumic în cazul curgerii laminare staționare a unui lichid real cu coeficientul de vâscozitate dinamică η printr-un tub circular drept cu raza internă R (Fig. 3). Pentru aceasta vom delimita o porțiune de lungime l din lungimea tubului între capetele căruia există o diferență de presiune $\Delta p = p_1 - p_2$. În această porțiune de tub

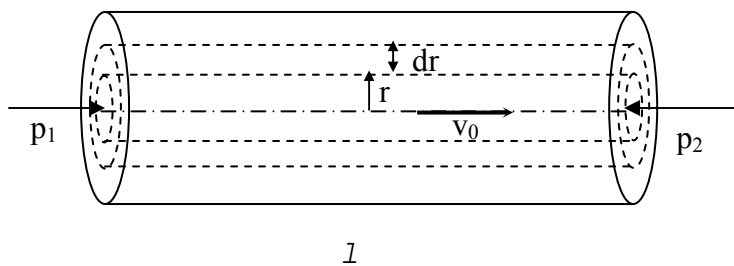


Fig. 3

vom delimita un filament de curent (care în cazul de față este cilindric) cu raza oarecare r . Deoarece curgerea este staționară rezultanta forțelor de presiune:

$$F_1 - F_2 = \pi r^2(p_1 - p_2) \equiv \pi r^2 \Delta p$$

este echilibrată de către forța de frecare vâscoasă (dată de legea lui Newton):

$$F_r = -2\pi\eta r l \frac{dv}{dr}$$

de unde

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{r\Delta p}{2\eta l}$$

Prin integrarea acestei ecuații, ținând cont că peretele tubului și pătura de fluid în contact acesta au aceeași viteză (nulă), rezultă:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

unde v_0 este viteza particulelor de fluid de pe axa de simetrie a tubului ($r = 0$). Se vede de aici că distribuția vitezelor de la perete spre axa tubului este una parabolică.

Pentru a calcula debitul volumic al fluidului prin tubul dat, vom calcula debitul elementar prin pătura de fluid cu grosimea dr ce „învelește” filamentul de curent cu raza r (Fig. 3):

$$dQ_v = v dS = v 2\pi r dr$$

Integrând această relație folosind formula de mai sus care dă distribuția radială a vitezei găsim:

$$Q_v = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l}$$

Aceasta este expresia matematică a legii lui Poiseuille.