

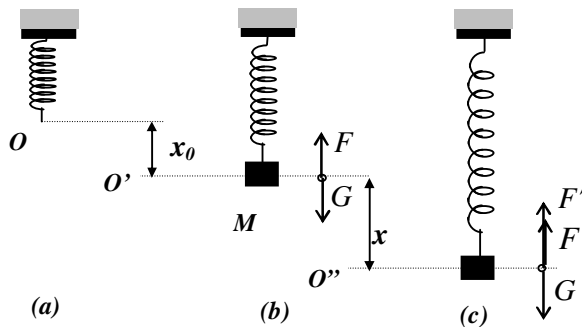
DETERMINAREA CONSTANTEI ELASTICE A UNUI RESORT PRINTR-O METODĂ DINAMICĂ

Scopul lucrării

În această lucrare se studiază mișcarea efectuată de un sistem oscilant (un pendul elastic). Se determină constanta elastică a resortului. Se efectuează calculul erorilor de măsură folosind metoda diferențialei logaritmice și metoda celor mai mici pătrate

Principiul fizic al metodei

După cum este cunoscut, prin *pendul elastic* se înțelege un sistem fizic capabil să execute oscilații armonice sub acțiunea unei forțe elastice. Cel mai simplu pendul elastic se realizează dintr-un resort, P , care are capătul superior fixat, iar de celălalt se atârână un corp greu, M (Fig. 1). Forța elastică ia naștere în resort o dată cu deformarea acestuia; resortul și corpul M alcătuiesc sistemul fizic capabil să oscileze. Înainte de a suspenda corpul M , capătul liber al resortului se află în punctul O (Fig. 1a).



Sub acțiunea forței de greutate $G = mg$, resortul se alungește, capătul său deplasându-se în punctul O' aflat la distanța x_0 de punctul C . Datorită deformării elastice, în resort ia naștere forța $F = -kx_0$,

Fig.1

unde k este constanta elastică a resortului. Deoarece toate forțele acționează după aceeași direcție, relația dintre ele se poate scrie sub formă scalară.

În noua poziție de echilibru, între cele două forțe există relația:

$$F - G = 0 \tag{1}$$

Acționând cu o forță suplimentară în jos, astfel încât capătul resortului să se deplaseze în punctul O'' , aflat la distanța x de punctul O' , în resort va lua naștere o forță elastică suplimentară $F' = -kx$. Înlăturând forța care a produs noua deformare a resortului, asupra corpului de masă M vor acționa trei forțe (Fig. 1c) astfel încât ecuația de mișcare se poate scrie:

$$ma = F + F' - G \quad (2)$$

Ținând seama de relația (1) ecuația diferențială de mișcare a corpului se scrie sub forma:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (3)$$

Relația (3) reprezintă ecuația diferențială a mișcării oscilatorului armonic care execută oscilații neamortizate; pulsația proprie este dată de relația:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

Ecuația mișcării oscilatorii este de forma:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

unde A și φ sunt două constante (amplitudinea și faza) care se determină din condițiile inițiale, specificate prin poziția x_0 și prin viteza v_0 , ambele mărimi specificate la momentul $t = 0$.

Perioada mișcării oscilatorii (intervalul de timp în care se efectuează o oscilație completă) este dată de relația:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ adică } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6)$$

Deoarece este greu de cronometrat doar o singură perioadă, se va cronometra timpul t în care se vor efectua n oscilații complete. Astfel, folosind relația (6), se poate determina constanta elastică a resortului din următoarea relație:

$$k = \frac{4\pi^2 n^2 m}{t^2} \quad (7)$$

Dispozitivul experimental și modul de lucru

Dispozitivul este alcătuit dintr-un suport vertical de care se prinde un resort de care pot fi suspendate corpuri de diferite mase. Se vor folosi 3 corpuri. Mai întâi se vor cronometra oscilațiile efectuate de un singur corp, apoi oscilațiile efectuate de două corpuri atașate simultan. În final, se vor folosi toate cele trei corpuri simultan. O determinare înseamnă cronometrarea timpului în care se efectuează n (50 sau mai multe) oscilații complete.

Determinarea constantei k

- folosind balanța electronică, se cântăresc cele trei corpuri;
- folosind cronometrul, se efectuează zece determinări pentru corpul cu masa cea mai mare, completându-se tabelul de mai jos;
- folosind două corpuri simultan, se efectuează alte zece determinări;
- în final se atașează toate corpurile, efectuând ultimele zece determinări;
- se completează Tabelul nr. 1 și se calculează constanta elastică cu ajutorul relației:

$$k = \frac{4\pi^2}{T^2} m = \frac{4\pi^2}{t^2} n^2 m \quad (7)$$

Tabelul nr.1

Determinarea constantei elastice a resortului

Nr.det	m (g)	n	t (s)	k (N/m)	Δk (N/m)
1.					
2.					
...					
30					

Metoda diferențialei logaritmice

Logaritmând, diferențiind și trecând la diferențe finite relația (7), se poate obține următoarea relație pentru evaluarea erorilor introduse de instrumentele de măsură:

$$\Delta k = k \times \left(2 \frac{\Delta t}{t} + 2 \frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta m}{m} \right) \quad (8),$$

unde $\Delta t = 0.2$ s (dat de timpul de reacție a celui care cronometrează), $\Delta n = 1$ (presupunem că la numărătoare se greșește cu maxim o oscilație), iar $\Delta m = 0.1$ g (precizia balanței).

Folosind relația (8) se completează ultima coloană a tabelului nr. 1.

Se calculează apoi \bar{k} și $\overline{\Delta k}$.

Rezultatul final se scrie $k = \bar{k} \pm \overline{\Delta k}$ (N/m).

Metoda celor mai mici pătrate și graficul $t^2 = f(m)$

Rearanjând relația (7), se poate obține următoarea relație pentru a evalua erorile de măsură folosind metoda celor mai mici pătrate:

$$t^2 = \frac{4\pi^2 n}{k} \times m \quad (9)$$

Se face media aritmetică a celor zece valori ale timpului obținute pentru corpul cu masa cea mai mare. Valoarea rezultată se trece în tabelul nr. 2. Apoi se face media aritmetică a celor zece valori obținute pentru ansamblul format din două corpuri. În final, se repetă procedeul pentru cazul în care se folosesc toate cele trei corpuri.

Se completează tabelul nr. 2.

Tabelul nr.2

Determinarea constantei elastice a resortului folosind metoda celor mai mici pătrate

Nr.det	m (g)	t (s)	m^2 (g ²)	t^2 (s ²)	$m \times t^2$ (g \times s ²)
1.					
2.					
3					

Constanta elastică se obține apoi folosind următoarea relație:

$$k = 4\pi^2 n^2 \frac{\overline{m^2} - \overline{m}^2}{\overline{m \times t^2} - \overline{m} \times \overline{t^2}} \quad (10)$$

Se observă dacă această valoare se situează în intervalul $\overline{k} \pm \Delta \overline{k}$.

Folosind datele din tabelul nr. 2 se trasează pe hârtie milimetrică graficul $t^2 = f(m)$. Se duce dreapta printre cele trei puncte (dreapta trebuie să treacă prin origine). Din panta drepte se determină k . Valoarea găsită se compară cu cea obținută prin metoda celor mai mici pătrate.